

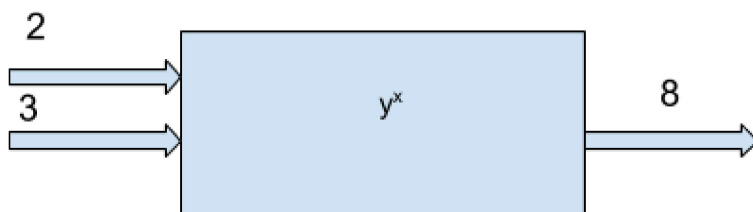
Le funzioni esponenziali (quesiti da 1 a 5)

Premessa : La funzione esponenziale

Utilizzo ancora la visualizzazione schematica di funzione per introdurre la funzione esponenziale

Userò la calcolatrice tascabile.

Rintracciate il tasto funzionale y^x presente sulla tastiera delle calcolatrici tascabili ad esempio se si digita sulla calcolatrice $2 \ y^x \ 3$ (sostituisci y con 2 e x con 3) sto eseguendo



utilizzo una funzione che esegue l'elevamento a potenza utilizzando base 2 ed esponente 3 l'immagine (output) è 8

utilizzando sempre la calcolatrice tascabile verifica la tabella utilizzando questa funzione e fissando la base al valore 2. Tale funzione sarà $f(x) = 2^x$

se input vale	l'immagine o output è
1	2
2	4
3	8
0	1
-1	0.5
-2	0.25
0.5	1.414213562 (puoi verificare che questo numero è una approssimazione di $\sqrt{2}$)
0.25	1.189207115 (puoi verificare che questo numero è una approssimazione di $\sqrt[4]{2}$ (sulla calcolatrice digita $2 \sqrt{\sqrt{}}$)

.....	

le prime righe si commentano da sole

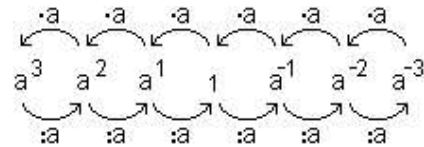
$$2^1 = 2 ; \quad 2^2 = 2 \cdot 2; \quad 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \quad 2^1 = 2$$

se l'esponente è 0 o negativo è opportuno rivedere la definizione di elevamento a potenza
Per esprimere numeri molto grandi o molto piccoli è comodo ricorrere alle potenze. Se a è un numero qualunque, positivo o negativo, e n è un numero *intero non negativo*, si definisce:

a^n è 1 *moltiplicato* ripetutamente n volte per a

a^0 è 1

a^{-n} è 1 *diviso* ripetutamente n volte per a



valgono le formule seguenti [dove n, m sono numeri interi, che sono facili da ricordare pensando alla ➡ figura iniziale (moltiplicare/dividere per a vuol dire aumentare/diminuire l'esponente di 1):

$$\begin{array}{ccc} \frac{a^{-n}}{a} = \frac{1}{a^n} & a^m \cdot a^n = a^{m+n} & \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \end{array}$$

Ad esempio per calcolare $10^7/10^{-5}$ posso fare: $10^7/10^{-5} = 10^{7-(-5)} = 10^{7+5} = 10^{12}$.

in alcuni casi è opportuno anche estendere agli esponenti razionali e non interi l'operazione di elevamento a potenza. Vale la seguente definizione

$a^{1/2}$ e $a^{1/3}$ stanno rispettivamente per \sqrt{a} e $\sqrt[3]{a}$ (la radice cubica di a , cioè il numero che al cubo fa a). Ciò è in accordo con la formula ($a^b a^c = a^{b+c}$):

$$\text{il quadrato di } a^{1/2} \text{ è } a^{1/2} \cdot a^{1/2} = a^{1/2+1/2} = a^1 = a$$

$$\text{il cubo di } a^{1/3} \text{ è } a^{1/3} \cdot a^{1/3} \cdot a^{1/3} = a^{1/3+1/3+1/3} = a^1 = a$$

Più in generale se b ha lo stesso valore di $1/n$, a^b vale $\sqrt[n]{a}$ (la radice n -esima di a).

Quesito 1

Utilizzando la calcolatrice tascabile o il foglio elettronico costruisci un grafico XY che rappresenti

la funzione $y=f(x)=2^x$

I punti del grafico rappresentato saranno soltanto alcune soluzioni dell'equazione

$$y=2^x$$

Utilizza valori di x interi positivi e negativi ed anche non interi

Quesito 2

Utilizzando la calcolatrice tascabile o il foglio elettronico costruisci un grafico XY che rappresenti

la funzione $y=f(x)=(\frac{1}{3})^x$

I punti, del grafico rappresentato, saranno soltanto alcune soluzioni dell'equazione.

$$y=(1/3)^x$$

Utilizza input interi positivi e negativi ed anche non interi

Quesito 3

Utilizzando la calcolatrice tascabile o il foglio elettronico costruisci un grafico che rappresenti la funzione $y=f(x)=(e)^x$

Con il simbolo e (la calcolatrice tascabile in genere lo chiama exp) si indica il numero irrazionale di Nepero

2,71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995 95749.....

I punti, del grafico rappresentato, saranno soltanto alcune soluzioni dell'equazione.

$$y=(e)^x$$

Utilizza input interi positivi e negativi ed anche non interi

Quesito 4

Per comprendere meglio il meccanismo della funzione esponenziale supponiamo che una banca garantisca un interesse tale che ogni anno il capitale depositato aumenta del 50%.

Imposta una tabella con 2 colonne (input/output).

Input: 1, 2,.....20 anni. Gli output sono il capitale dopo 1 anno, dopo 2 anni, dopo 3 anni etc. Supponi che il capitale iniziale sia 1. (1 indica un migliaio di euro).

-Rappresenta su grafico XY i dati inseriti in tabella.

-Misura la variazione annuale di capitale cioè ΔC cioè la variazione di capitale se gli anni variano da 0 a 1, la variazione di capitale fra gli anni 1 e 2 etc, valuta queste variazioni nei primi 10 anni. Puoi calcolare queste variazioni sia utilizzando la tabella sia osservando il grafico.

Quesito 5

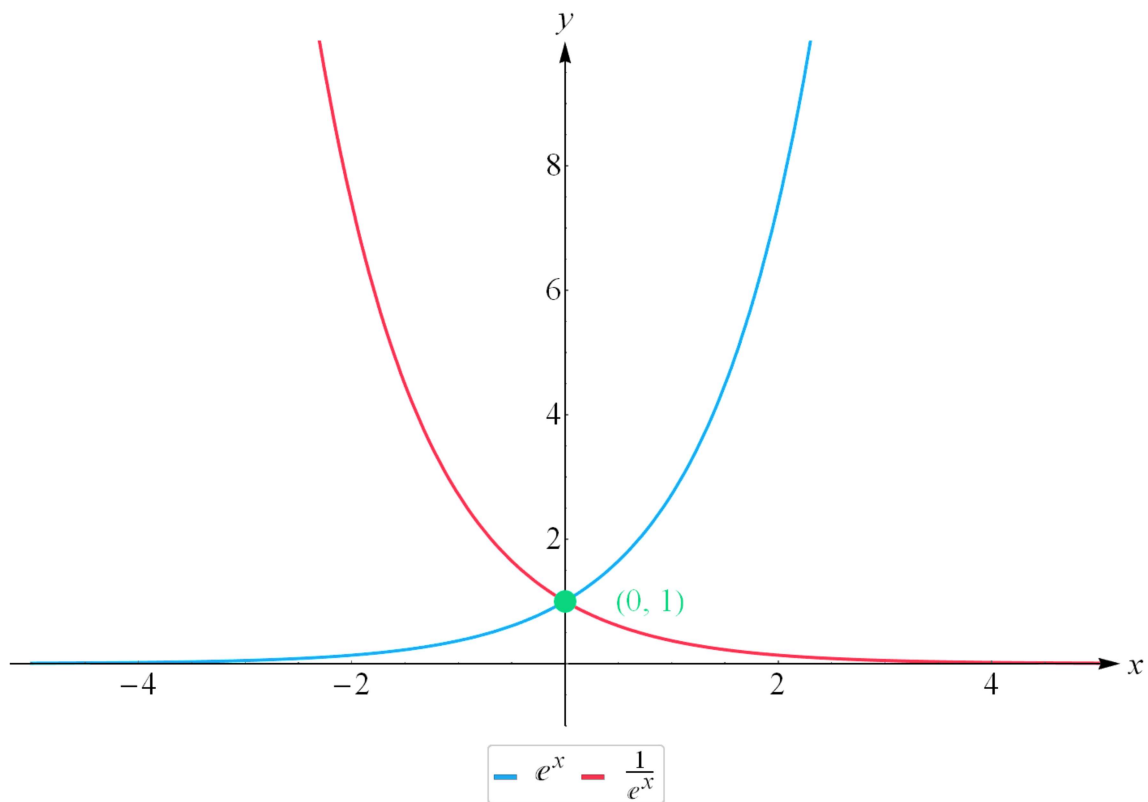
Una popolazione di batteri raddoppia ogni ora.

Scrivi la funzione che esprime il numero di batteri al variare del tempo (ore).

Supponi che il numero di batteri iniziali sia 1 (1 migliaio)

Osservazione finale

Qui sotto sono riportati gli andamenti della funzione esponenziale nel caso in cui gli input variano nell'insieme dei numeri reali (Il dominio è rappresentato da tutti i numeri reali)



In questo caso sono state prese in considerazioni due basi:

$e > 1$; $1/e < 1$.

Se al posto della base e si utilizza un qualsiasi numero reale > 1 si può osservare un andamento simile (cioè asintotico all'asse delle ascisse, crescente). con una pendenza variabile al variare della base considerata.

Se al posto di $1/e$ si utilizza un qualsiasi numero reale strettamente compreso tra 0 ed 1 si può osservare un andamento simile (cioè asintotico all'asse delle ascisse, decrescente), con una pendenza variabile al variare della base considerata.

Le affermazioni qui riportate possono essere dimostrate.