

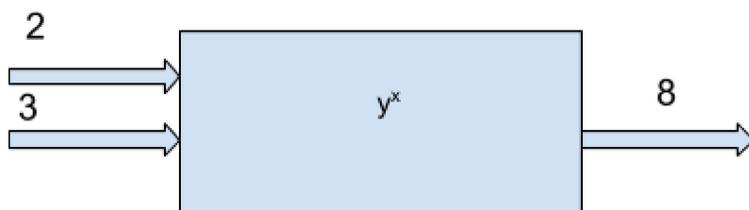
## Le funzioni esponenziali ( quesiti da 1 a 5)

### Premessa : La funzione esponenziale

Utilizzo ancora la visualizzazione schematica di funzione per introdurre la funzione esponenziale

Userò la calcolatrice tascabile.

Rintracciate il tasto funzionale  $y^x$  presente sulla tastiera delle calcolatrici tascabili ad esempio se si digita sulla calcolatrice  $2 y^x 3$  (sostituisci y con 2 e x con 3) sto eseguendo



utilizzo una funzione che esegue l'elevamento a potenza utilizzando base 2 ed esponente 3 l'immagine (output) è 8

utilizzando sempre la calcolatrice tascabile verifica la tabella utilizzando questa funzione e fissando la base al valore 2. Tale funzione sarà  $f(x) = 2^x$

se input vale .....	l'immagine o output è
1	2
2	4
3	8
0	1
-1	0.5
-2	0.25
0.5	1.414213562 (puoi verificare che questo numero è una approssimazione di $\sqrt{2}$ )
0.25	1.189207115 (puoi verificare che questo numero è una approssimazione di $\sqrt[4]{2}$ (sulla calcolatrice digita $2 \sqrt{\sqrt{\quad}}$ )

.....	

le prime righe si commentano da sole

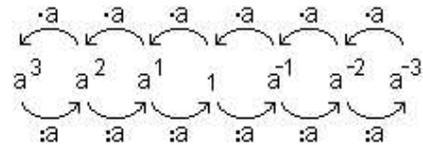
$$2^1 = 2 ; 2^2 = 2 \cdot 2 ; 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \quad 2^1 = 2$$

se l'esponente è 0 o negativo è opportuno rivedere la definizione di elevamento a potenza  
 Per esprimere numeri molto grandi o molto piccoli è comodo ricorrere alle potenze. Se  $a$  è un numero qualunque, positivo o negativo, e  $n$  è un numero *intero non negativo*, si definisce:

$a^n$  è 1 *moltiplicato* ripetutamente  $n$  volte per  $a$

$a^0$  è 1

$a^{-n}$  è 1 *diviso* ripetutamente  $n$  volte per  $a$



valgono le formule seguenti [dove  $n, m$  sono numeri interi, che sono facili da ricordare pensando alla ➡ figura iniziale (moltiplicare/dividere per  $a$  vuol dire aumentare/diminuire l'esponente di 1):

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Ad esempio per calcolare  $10^7/10^{-5}$  posso fare:  $10^7/10^{-5} = 10^{7-(-5)} = 10^{7+5} = 10^{12}$ .

in alcuni casi è opportuno anche estendere agli esponenti razionali e non interi l'operazione di elevamento a potenza. Vale la seguente definizione

$a^{1/2}$  e  $a^{1/3}$  stanno rispettivamente per  $\sqrt{a}$  e  $\sqrt[3]{a}$  (la radice cubica di  $a$ , cioè il numero che al cubo fa  $a$ ). Ciò è in accordo con la formula ( $a^b a^c = a^{b+c}$ ):

il quadrato di  $a^{1/2}$  è  $a^{1/2} \cdot a^{1/2} = a^{1/2+1/2} = a^1 = a$

il cubo di  $a^{1/3}$  è  $a^{1/3} \cdot a^{1/3} \cdot a^{1/3} = a^{1/3+1/3+1/3} = a^1 = a$

Più in generale se  $b$  ha lo stesso valore di  $1/n$ ,  $a^b$  vale  $n\sqrt[n]{a}$  (la radice  $n$ -esima di  $a$ ).

### Quesito 1

Utilizzando la calcolatrice tascabile o il foglio elettronico costruisci un grafico XY che rappresenti

la funzione  $y=f(x)=2^x$

I punti del grafico rappresentato saranno soltanto alcune soluzioni dell'equazione

$$y=2^x$$

Utilizza valori di  $x$  interi positivi e negativi ed anche non interi

### Quesito 2

Utilizzando la calcolatrice tascabile o il foglio elettronico costruisci un grafico XY che rappresenti

$$\text{la funzione } y=f(x)=(\frac{1}{3})^x$$

I punti, del grafico rappresentato, saranno soltanto alcune soluzioni dell'equazione.

$$y=(1/3)^x$$

Utilizza input interi positivi e negativi ed anche non interi

### Quesito 3

Utilizzando la calcolatrice tascabile o il foglio elettronico costruisci un grafico che rappresenti la funzione  $y=f(x)=(e)^x$

Con il simbolo  $e$  (la calcolatrice tascabile in genere lo chiama exp) si indica il numero irrazionale di Nepero

2,71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995 95749.....

I punti, del grafico rappresentato, saranno soltanto alcune soluzioni dell'equazione.

$$y=(e)^x$$

Utilizza input interi positivi e negativi ed anche non interi

### Quesito 4

Per comprendere meglio il meccanismo della funzione esponenziale supponiamo che una banca garantisca un interesse tale che ogni anno il capitale depositato aumenta del 50%.

Imposta una tabella con 2 colonne (input/output).

Input: 1, 2,.....20 anni. Gli output sono il capitale dopo 1 anno, dopo 2 anni, dopo 3 anni etc. Supponi che il capitale iniziale sia 1. (1 indica un migliaio di euro).

-Rappresenta su grafico XY i dati inseriti in tabella.

-Misura la variazione annuale di capitale cioè  $\Delta C$  cioè la variazione di capitale se gli anni variano da 0 a 1, la variazione di capitale fra gli anni 1 e 2 etc, valuta queste variazioni nei primi 10 anni. Puoi calcolare queste variazioni sia utilizzando la tabella sia osservando il grafico.

### Quesito 5

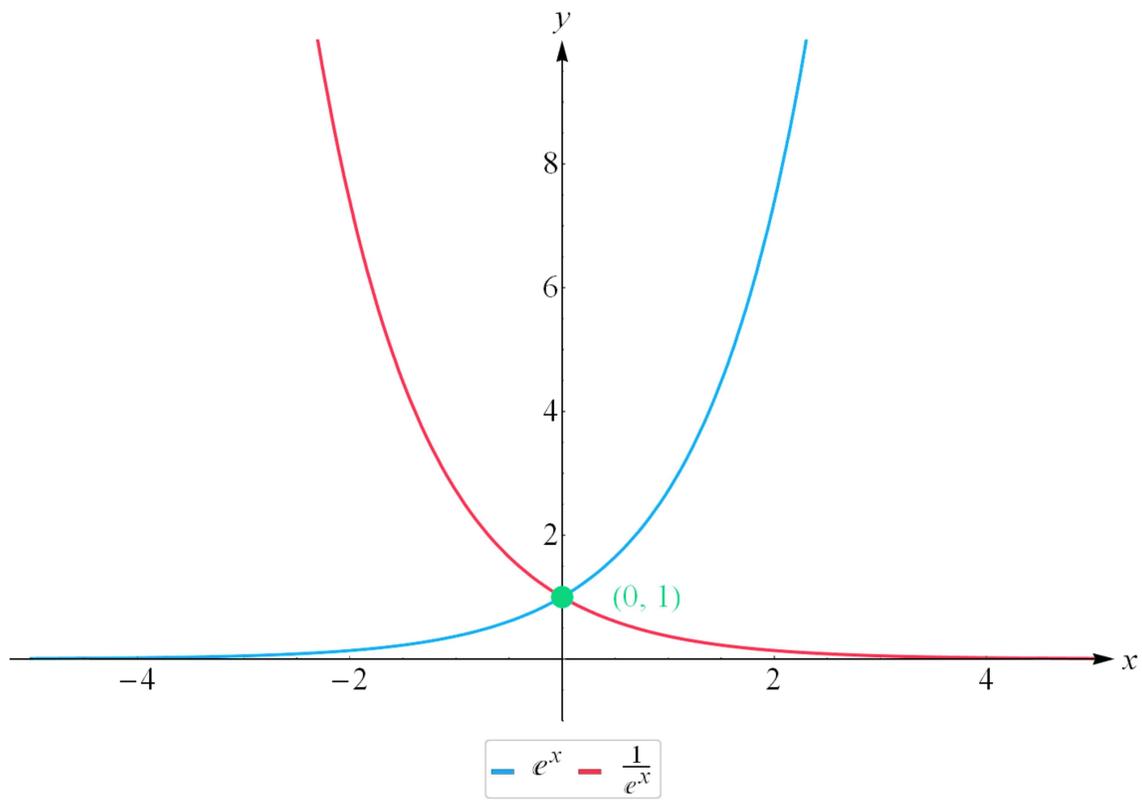
Una popolazione di batteri raddoppia ogni ora.

Scrivi la funzione che esprime il numero di batteri al variare del tempo (ore).

Supponi che il numero di batteri iniziali sia 1 (1 migliaio)

### Osservazione finale

Qui sotto sono riportati gli andamenti della funzione esponenziale nel caso in cui gli input variano nell'insieme dei numeri reali (Il dominio è rappresentato da tutti i numeri reali)



In questo caso sono state prese in considerazioni due basi:

$e > 1$  ;  $1/e < 1$ .

Se al posto della base e si utilizza un qualsiasi numero reale  $> 1$  si può osservare un andamento simile (cioè asintotico all'asse delle ascisse, crescente). con una pendenza variabile al variare della base considerata.

Se al posto di  $1/e$  si utilizza un qualsiasi numero reale strettamente compreso tra 0 ed 1 si può osservare un andamento simile (cioè asintotico all'asse delle ascisse, decrescente), con una pendenza variabile al variare della base considerata.

Le affermazioni qui riportate possono essere dimostrate.