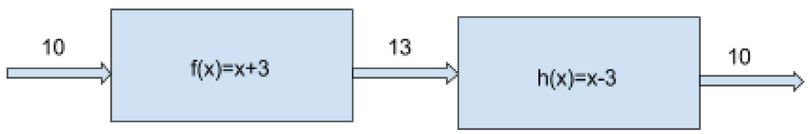
Funzione Logaritmo
(quesiti da 1 a 5)

Premessa : La funzione logaritmo

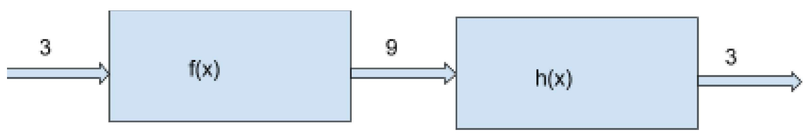
Per definire la funzione logaritmo, illustro
come funziona e come è definita una funzione inversa.

ad esempio le funzioni
f(x) = x+3 ed h(x)=x-3 sono una l'inversa dell'altra perché



se eseguo f(h(x))= h(x)+3=x-3+3=x.
utilizzo l'input x e dopo aver applicato le due funzioni ritorno a x.
Altre esempi molto comuni di funzioni inverse sono:

La funzione inversa di $f(x)=x^2$ è $h(x)=\sqrt{x}$

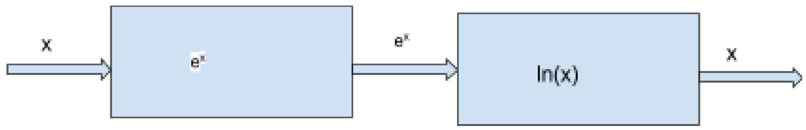


la funzione inversa di f(x)=1/x è h(x)=1/x infatti eseguendo per due volte consecutive il reciproco di un numero si ottiene il numero dal quale si era partiti (input)

Si definisce quindi
la funzione h(x)= *log(x)*, inversa di $f(x)=e^x$, detta ***logaritmo naturale*** e indicata anche col simbolo *ln*,
la funzione h(x)= *Log(x)*, inversa di $f(x)= 10^x$, detta ***logaritmo decimale***.
Più in generale per ogni numero positivo ***a*** diverso da 1, si chiama ***logaritmo in base a*** e si indica h(x)= $\boldsymbol{log_a}$,(x) la funzione inversa di $f(x)= a^x$.

Vediamo queste funzioni singolarmente:

Logaritmo naturale



quindi applicando la definizione

$\ln(e^1)=1$; $\ln(e^{0.25})=0,25$; $\ln(e^{-1})=-1$; $\ln(e^{123.456})=123.456$ …….

In generale

ln(n)=m   il logaritmo naturale di un numero n è quel numero m tale che che

$e^m=n$

Log(n)=m il logaritmo in base 10 di un numero n è quel numero m tale che

$10^m=n$

log_a,(n)=m   il logaritmo in base a di un numero n è quel numero m che

$a^m=n$

quindi ad esempio
ln(2)=0.69314718….(verifica il calcolo utilizzando la calcolatrice tascabile)
infatti
$e^{0.69314718} \approx 2$

Quesito 1

Utilizzando la calcolatrice tascabile o il foglio elettronico costruisci un grafico XY che rappresenti
la funzione y=f(x)=ln(x)
I punti del grafico rappresentato saranno soltanto alcune soluzioni dell'equazione
y=ln(x)
Utilizza valori di x positivi.
Rispondi inoltre alla seguente domanda: Perché non è possibile utilizzare come input valori negativi o nulli. Per rispondere in modo appropriato devi utilizzare la definizione di logaritmo naturale.

Quesito 2

Utilizzando la calcolatrice tascabile o il foglio elettronico costruisci un grafico XY che rappresenti
la funzione y=f(x)=Log(x)
I punti del grafico rappresentato saranno soltanto alcune soluzioni dell'equazione
y=Log(x)
Utilizza valori di x positivi.
Rispondi inoltre alla seguente domanda: Perché non è possibile utilizzare come input valori negativi o nulli. Per rispondere in modo appropriato devi utilizzare la definizione di Logaritmo in base 10.

Quesito 3

Utilizzando la calcolatrice tascabile o il foglio elettronico costruisci un grafico XY che rappresenti
la funzione y1=f(x)= $\boldsymbol{log_2}$,(x)
e sullo stesso piano cartesiano costruisci un grafico XY che rappresenti
la funzione y2=f(x)= $\boldsymbol{log_{1/2}}$,(x)

I punti del grafico rappresentato saranno soltanto alcune soluzioni delle equazioni
Utilizza valori di x positivi.
Rispondi inoltre alla seguente domanda: Perché non è possibile utilizzare come input valori negativi o nulli. Per rispondere in modo appropriato devi utilizzare la definizione di Logaritmo in base a.

Quesito 4

Congetture /Teoremi

Per ciascuna delle proprietà qui elencate verificare se è vera o falsa, tentare anche una dimostrazione delle proprietà vere usando la definizione di logaritmo in base a

log_a,(n)+ log_a,(m)= log_a,(n+m)
log_a,(n)- log_a,(m)= log_a,(n-m)
log_a,(n)+ log_a,(m)= log_a,(n*m)
$k*log_a$,(n)= log_a,$(n)^k$

Quesito 5

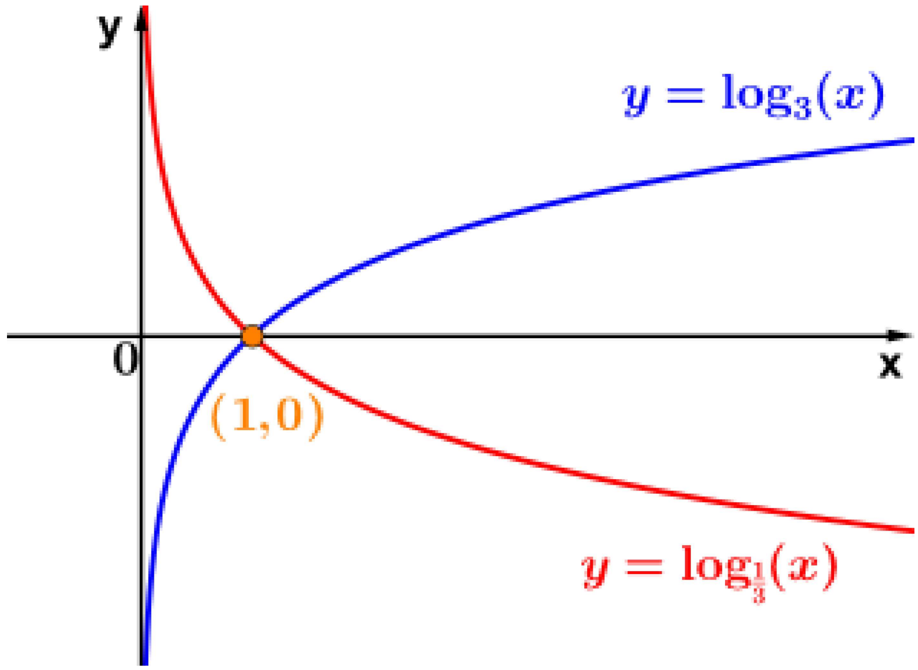
1 Risolvere rispetto a x $3^{x2-2x} = ⅓$
2 Risolvere rispetto a x $\log_3 \sqrt{x} = 2$
3 *Risolvere rispetto a x* $log_x 5 = 3$

Osservazioni finali

Riporto qui le proprietà dei logaritmi

1. log_a,(n)+ log_a,(m)= log_a,(n*m)
2. log_a,(n)- log_a,(m)= log_a,(n/m)
3. $k*log_a$,(n)= log_a,$(n)^k$

ed una rappresentazione della funzione logaritmo utilizzando input che variano su tutti i numeri reali positivi



In questo caso sono state prese in considerazioni due basi:

3>1 ; *1/3* <1.

Se al posto della base *3* si utilizza un qualsiasi numero reale >1 si può osservare un andamento simile (cioè asintotico all'asse delle ordinate, crescente). con una pendenza variabile al variare della base considerata.

Se al posto di *1/3* si utilizza un qualsiasi numero reale strettamente compreso tra 0 ed 1 si può osservare un andamento simile (cioè asintotico all'asse delle ordinate, decrescente). con una pendenza variabile al variare della base considerata.

Le affermazioni qui riportate possono essere dimostrate.