

Successioni e Progressioni (Quesiti da 1 a 5)

Premessa 1 Successioni Utilizzando il linguaggio appreso dalle schede precedenti, posso dire che la successione è una funzione con input appartenenti ai numeri naturali.

esempio 1:

$$S1(n)=2n$$

La successione S1 associa ad ogni numero naturale il suo doppio.

esempio 2:

$$S2(n)=n+1$$

La successione S2 associa ad ogni numero naturale il suo successivo.

Quesito 1

Date le successioni $S3(n)=(2n)^2$ e $S4(n)=(2n+1)^2$ $S5(n)=(n)^2$

Dire quale successione presenta immagini costituite da soli elementi pari, quale presenta immagini costituite da soli elementi dispari e quale presenta immagini sia pari che dispari? Fornire argomentazioni per tutte le affermazioni.

Quesito 2

Costruisci due successioni

Premessa 2 Progressioni Aritmetiche

La progressione aritmetica è una particolare successione così strutturata

$$P(1)=K \quad P(2)=K+d, \quad P(3)=K+2d \dots \dots \dots \text{in generale} \quad P(n)=K+(n-1)d$$

Ogni immagine differisce dalla precedente di una quantità d; la quantità d è chiamata ragione della progressione aritmetica.

Si definisce serie aritmetica la successione così costituita

$$S(1)=P(1)$$

$$S(2)=P(1)+P(2)$$

$$S(3)=P(1)+P(2)+P(3)$$

..

..

..

$$S(n)=P(1)+P(2)+P(3)+\dots\dots\dots P(n)$$

cioè il generico elemento n di questa successione è la somma dei primi n termini della progressione aritmetica.

Un esempio di progressione aritmetica è:

$$P(1)=1, P(2)=2, P(3)=3,\dots\dots\dots P(n)=n \text{ è una progressione aritmetica di ragione 1.}$$

La corrispondente serie aritmetica è

$$S(1)=1, S(2)=1+2, S(3)=1+2+3, \dots\dots\dots S(n)=1+2+3+\dots\dots\dots+(n-1)+n$$

Quesito 3

Determina una formula che ti permetta di calcolare velocemente la somma dei primi n numeri naturali, scegli fra

- A) $S(n)=(n-2)*3$; B) $S(n)=(n-1)*(n+1)/2$ C) $S(n)=n*(n+1)/2$ D) $S(n)=(n-1)*n/2$

Per rispondere al quesito considera le due equazioni

$$S(n)=1 + 2+ 3 +\dots\dots\dots+(n-1)+n$$

$$S(n)=n+(n-1)+(n-2)+ \dots\dots\dots 2+ 1$$

sommando le due equazioni ottieni

$$2S(n)=\dots\dots\dots$$

Quesito 4

Costruisci una progressione aritmetica e determina la corrispondente serie aritmetica.

In generale

Considera la generica progressione aritmetica

$$P(1)=K P(2)=K+d, P(3)=K+2d,\dots\dots\dots\text{in generale } P(n)=K+(n-1)d$$

e la corrispondente serie aritmetica

$$S(1)=K$$

$$S(2)=2K+d$$

$$S(3)=3K+d+2d$$

..

..

$$S(n) = nK + d + 2d + 3d + \dots + (n-1)d$$

Si Consideri anche in questo caso

$$S(n) = nK + d + 2d + 3d + \dots + (n-1)d$$

$$S(n) = nK + (n-1)d + (n-2)d + \dots + d$$

posso concludere che $2S(n) = 2nK + (n-1)nd = n(K + K + (n-1)d) = n(P(1) + P(n))$

nell'ultimo passaggio è stata eseguita un cambio di variabile perché K è il primo elemento della progressione geometrica e $K + (n-1)d$ è l'elemento n-esimo della progressione aritmetica.

In generale si può dire che l'elemento n-esimo della serie aritmetica è la semi_somma del primo e dell'ultimo elemento della progressione aritmetica moltiplicata per n

$$S(n) = \frac{(P(1) + P(n))}{2} * n$$

Quesito 5

Elenca i primi 10 elementi di una progressione aritmetica di ragione 3 e con primo elemento uguale a 7.

Determina l'elemento 50-mo della serie aritmetica corrispondente e l'elemento 1000-mo della serie aritmetica corrispondente.